Kosmologie I

Vom Schwarzen Loch bis zum Urknall: Einsteins Astrophysik für Nicht-Physiker

Markus Pössel & Björn Malte Schäfer

Haus der Astronomie/Institut für Theoretische Astrophysik

14.1.2016

Kosmologie

Ehrgeizigstes Ziel der Physik überhaupt — Beschreibung des Universums als Ganzes?

Einschränkung: “Unwichtige Details” (fast, aber nicht ganz: wie Sie und ich. . .) vernachlässigen

Trotzdem: Riesige Spanne von Größenskalen vom beobachtbaren Universum ($\sim 10^{26}\ m$) zur Größenskala der Sterne ($\sim 10^{9}\ m$); im frühen Universum: Atome, Elementarteilchen etc.

Große Spannbreite an Physik: Gravitation (Newton & Allgemeine Relativitätstheorie), Thermodynamik, Atom- & Elementarteilchenphysik

Grundlagen der Kosmologie

- „Nur“ das beobachtbare Universum

Günstige Voraussetzungen:

- Keine unendliche Hierarchie der Verschiedenheiten auf verschiedenen Größenskalen
- Verhältnismäßig freier Blick in große Entfernungen

Näherungsweise:

- Die Naturgesetze, die wir kennen, gelten universell
- Was wir beobachten können ist repräsentativ

Auf welcher Grundlage sollte man Modelle formulieren?

Wissenschaft immer Vergleich von Modell und Daten.

Datenlage bestimmt aber bereits, welche Modelle man heranzieht. Falsche Ausgangsannahmen führen zu unbrauchbaren Modellen, Paradebeispiel in der Kosmologie: Einstein 1917, Annahme eines zeitlich unveränderlichen Universums

Daher hier als erstes: Bestandsaufnahme

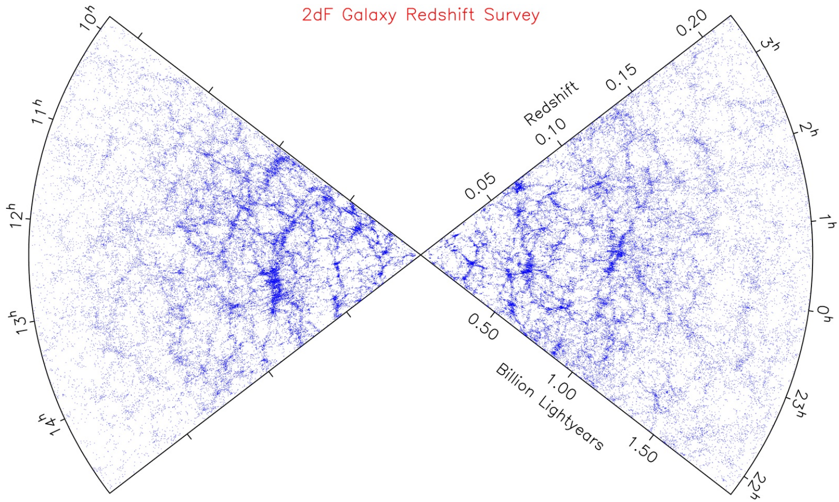
Das Kosmologische Prinzip

Fortschreibung der kopernikanischen Revolution: Wir nehmen keinen speziellen Platz im Universum ein

Kosmologisches Prinzip

Auf großen Skalen ist das Universum im Durchschnitt homogen und isotrop (d.h. hat an jedem Ort und in jede Richtung die gleichen Eigenschaften)

Großräumige Verteilung der Galaxien



2dF-Durchmusterung von Galaxien; allerdings nicht modellunabhängig, da Distanzen bereits über Rotverschiebungen bestimmt werden: Konsistenzcheck!

Anthropisches Prinzip

Vorsicht, Einschränkung:

Anthropisches Prinzip

Bereits der Umstand, dass intelligente (kohlenstoffbasierte etc.) Wesen die Beobachtungen am Universum vornehmen, die es zu erklären gilt, schränkt ein, zu welchen Ergebnissen die Beobachtungen kommen können – nämlich zu keinen, die nicht mit dem Umstand vereinbar sind, dass da überhaupt jemand existiert, der Beobachtungen vornimmt! (Carter 1974)

Das wird wichtig, sobald wir kosmologische Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen vornehmen!

Einschränkung des kopernikanischen Prinzips (einfachstes Beispiel: Universum mit großen lebensfeindlichen Regionen)

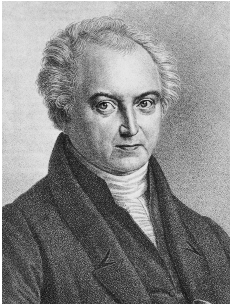
Olbers'sches Paradoxon (1823)

Heinrich Wilhelm Matthias Olbers (1758-1840):

Das Universum kann nicht unendlich groß und zeitlich unveränderlich sein.

Ad absurdum geführt: Jede Sichtlinie würde an einer Sternoberfläche enden – konstante Flächenhelligkeit, weil Helligkeit wie $1/r^2$ geht, Flächenausschnitt bei konstantem Raumwinkel wie r^2.

(Staub → Absorption? Würde durch thermisches Gleichgewicht die gleiche Flächenhelligkeit bekommen!)

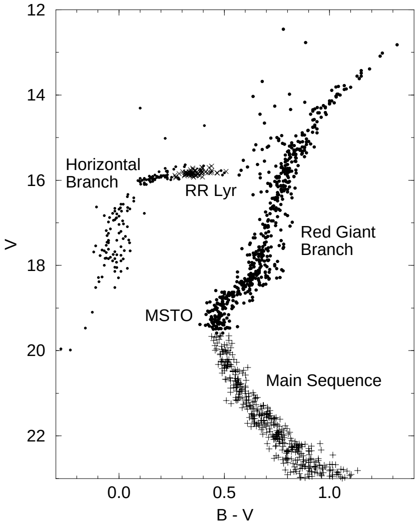


Sternalter

Sternalter (rechts abgeschätzt aus der Betrachtung eines Sternhaufens):

Älteste Kugelsternhaufen: 13.2 ± 2 Gyr (Carretta et al. 2000).

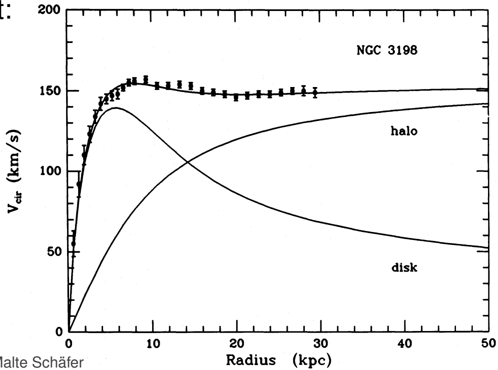
Radioaktive Datierung kommt zu ähnlichen Ergebnissen. Buchtipp: Anna Frebel, *Auf der Suche nach den ältesten Sternen*, Fischer 2012



Materieinhalt

Kosmologische Modelle hängen von den Bausteinen des Kosmos ab: Sterne, Galaxien.

Problem: Offenbar verrät sich nicht alle Materie durch Leuchten! Rotationskurven (hier van Albada et al. 1985), Dynamik von Galaxienhaufen, Gravitationslinsen zeigen, dass es auch **Dunkle Materie** gibt:



Materieinhalt: Gesamtdichte

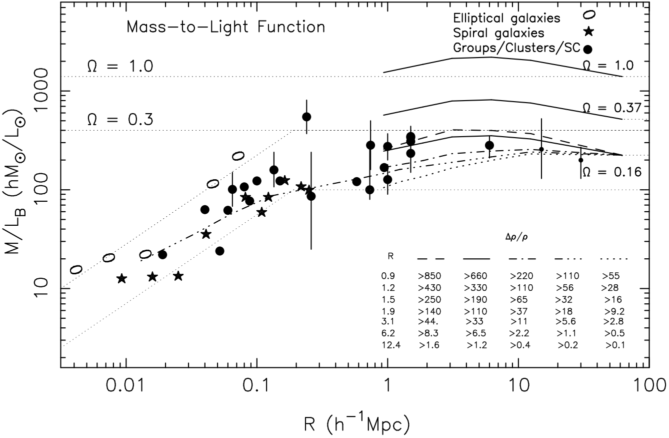


Abb. 2 in Bahcall et al. 2000

wobei $\Omega \approx \rho/(10^{-26}\text{kg/m}^3)$. Leuchtende Materie $\sim$ 20 Massen-%

Ein expandierender Kosmos

Wie kann sich ein Universum, das dem kosmologischen Prinzip genügt, überhaupt verändern?

- Räumliche Variationen explizit ausgeschlossen
- Zeitliche Veränderung ist nur zulässig, wenn sie die räumliche Anordnung erhält

⇒ Expansion oder Kontraktion — gleichmäßige Abnahme oder Zunahme der Dichte (entsprechend gleichmäßigen Entfernungsänderungen)

Expansion

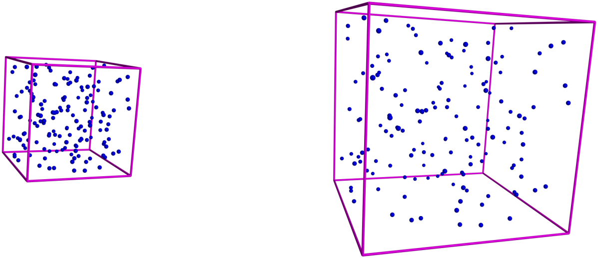
Lösung (=Modelluniversum) der Allgemeinen Relativitätstheorie für homogene, isotrope Situation: Expansion mit Skalenfaktor.

Hilfsvorstellung: „Momentaufnahme“ des Kosmos, das alle Galaxien dort zeigt, wo sie sich jetzt, in diesem Moment, zur Zeit t_1 befinden.

Verteilung (Muster) ist durch die relativen Abstände der Galaxien vollständig definiert.

Skalenfaktor-Expansion: All diese Abstände ändern sich mit der Zeit in der gleichen Weise, nämlich proportional zu einem universellen kosmischen Skalenfaktor $a(t)$.

Expansion



Verteilung (Muster) dasselbe — Skala der Abstände verändert sich!

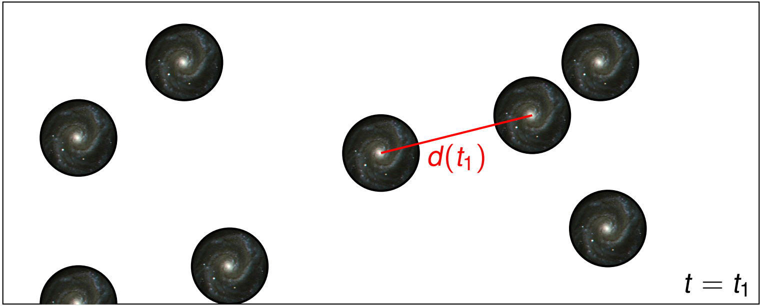
Der kosmische Skalenfaktor

Kosmischer Skalenfaktor $a(t)$ bestimmt, wie sich Abstände von Galaxien (z.B. G1, G2) verändern:

$$\underbrace{d_{12}(t_2)}_{\text{Abstand G1 und G2 zur Zeit } t_2} = \frac{a(t_2)}{a(t_1)} \cdot \underbrace{d_{12}(t_1)}_{\text{Abstand G1 und G2 zur Zeit } t_1}$$

Abstände zwischen Galaxien

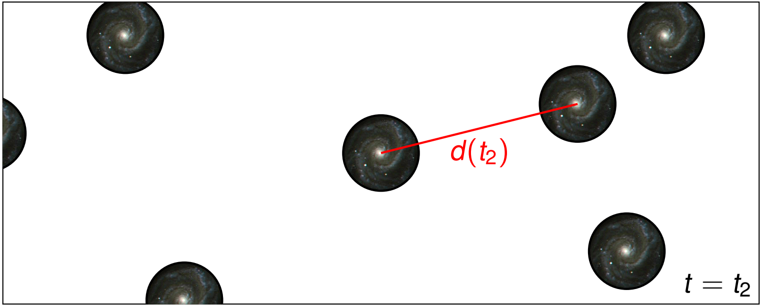
Skalenfaktor-Änderung von Abständen:



Alle Abstände ändern sich wie $d(t) = \frac{a(t)}{a(t_1)} \cdot d(t_1)$.

Abstände zwischen Galaxien

Skalenfaktor-Änderung von Abständen:



Alle Abstände ändern sich wie $d(t) = \frac{a(t)}{a(t_1)} \cdot d(t_1)$.

Konsequenzen der Skalenfaktor-Expansion

Wie ändern sich Entfernungen bei Skalenfaktor-Expansion?

Entfernung zur Zeit $t + \Delta t$:

$$d(t + \Delta t) = \frac{a(t + \Delta t)}{a(t)}\, d(t).$$

Entfernungsänderung während des Zeitintervalls Δt:

$$d(t + \Delta t) - d(t) = \frac{a(t + \Delta t) - a(t)}{a(t)}\, d(t).$$

(Mittlere) Geschwindigkeit während des Zeitintervalls Δt:

$$v(t) = \frac{d(t + \Delta t) - d(t)}{\Delta t} = \frac{a(t + \Delta t) - a(t)}{\Delta t}\, \frac{1}{a(t)}\, d(t).$$

Konsequenzen der Skalenfaktor-Expansion

Wenn

$$v(t) = \frac{d(t + \Delta t) - d(t)}{\Delta t}$$

die Änderungsrate des Ortes (= Geschwindigkeit) ist, dann ist

$$\dot{a}(t) = \frac{a(t + \Delta t) - a(t)}{\Delta t}$$

die Änderungsrate des Skalenfaktors — die Änderung von $a(t)$ mit der Zeit (Ableitung von $a(t)$ nach der Zeit).

Konsequenzen der Skalenfaktor-Expansion

Was wir hier hergeleitet haben ist

$$v(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\, d(t) = H(t)\, d(t)$$

mit

$$H(t) \equiv \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$$

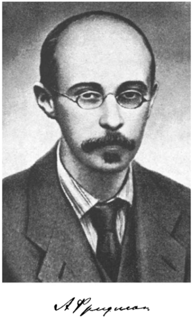
dem *Hubble-Parameter*.

ART-Beschreibung

In der Allgemeinen Relativitätstheorie ist *jedes* Modell ein Universum (e.g. Schwarzes Loch). Prädestiniert für Kosmologie!

Erste allgemein-relativistische Kosmologie: Einstein 1917. Statisches Universum, kugelartige Geometrie. Problem: Um Universum zu stabilisieren, Zusatzterm nötig: Kosmologische Konstante!

Friedmann 1924: Expandierende Universen auf Basis der ART



Alexander Friedmann

ART-Beschreibung

Einfachste kosmologische Raumzeit: Teilchen des kosmologischen Substrats tragen Uhren und werden durch ihre kartesischen Koordinaten zur Zeit t_{ini} identifiziert.

Mit Anfangsbedingung $a(t_{ini}) \equiv 1$ gilt dann:

$$\mathrm{d}s^2 = -c^2\mathrm{d}t^2 + (\mathrm{d}s^2)_{space} = -c^2\mathrm{d}t^2 + a(t)^2(\mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}y^2 + \mathrm{d}z^2)$$

(einfacher Spezialfall der Robertson-Walker-Metrik; andere Raumgeometrien möglich)

Einfluss auf Licht

Lichtbewegung entspricht $\mathrm{d}s^2 = 0$. In radialer Richtung, mit $\mathrm{d}r^2 = \mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}y^2 + \mathrm{d}z^2$, gilt

$$c\,\frac{\mathrm{d}t}{a(t)} = \pm \mathrm{d}r$$

(Vorzeichen je nach Bewegungsrichtung). Bewegung zu uns ($r = 0$) hin ist:

$$c\int_{t_1}^{t_0} \frac{\mathrm{d}t}{a(t)} = \int_0^{r_1} \mathrm{d}r = r_1$$

mit t_0 der Jetztzeit, $t_1 < t_0$ der Lichtaussendezeit, r_1 der (konstanten) Radialkoordinate der Quelle.

Aufeinanderfolgende Lichtsignale 1/2

Zwei Lichtsignale verlassen die ferne Galaxie $r = r_1$ nacheinander, nämlich bei t_1 and $t_1 + \delta t_1$, und kommen zu den Zeiten t_0 und $t_0 + \delta t_0$ bei uns an. Dann gilt:

$$\int\limits_{t_1}^{t_0} \frac{c\,\mathrm{d}t}{a(t)} = r_1$$

und

$$\int\limits_{t_1+\delta t_1}^{t_0+\delta t_0} \frac{c\,\mathrm{d}t}{a(t)} = r_1$$

$$\int\limits_{t_0}^{t_0+\delta t_0} \frac{\mathrm{d}t}{a(t)} - \int\limits_{t_1}^{t_1+\delta t_1} \frac{\mathrm{d}t}{a(t)} = 0.$$

Aufeinanderfolgende Lichtsignale 2/2

Für kleine δt gilt aber

$$\int_{\bar{t}}^{\bar{t}+\delta t} f(t)\,\mathrm{d}t \approx f(\bar{t})\cdot\delta t,$$

also in unserem Fall

$$\frac{\delta t_0}{a(t_0)} = \frac{\delta t_1}{a(t_1)}$$

Signale könnten irgendetwas sein, insbesondere auch Wellenberge von Lichtwellen mit Frequenz $f \propto 1/\delta t$:

$$\frac{f_0}{f_1} = \frac{a(t_1)}{a(t_0)},$$ Wellenlängen ändern sich wie $$\frac{\lambda_0}{\lambda_1} = \frac{a(t_0)}{a(t_1)}.$$

Frequenzverschiebung durch Expansion

Frequenzverschiebung z (meist Rotverschiebung) ist

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_1} = \frac{a(t_0)}{a(t_1)} - 1$$

also

$$1 + z = \frac{a(t_0)}{a(t_1)}$$

Für Galaxien im Hubble-Fluss: z eindeutig aus r_1 berechenbar.
Wenn $a(t)$ monoton steigt: z kann Abstandsmaß sein.

Einfluss auf Lichtwellen

Wellenlänge skaliert mit Skalenfaktor:

Lichtwellen: Wellenlänge entspricht Farbe
(rot = längere Wellenlänge

In einem expandierenden Universum: Alle Wellenlängen entfernter Galaxien rotverschoben! Rotverschiebung ist Funktion der Entfernung!

Hubble-Beziehung

Nutze Taylorentwicklung $a(t) = a(t_0)[1 + H_0(t - t_0) + O((t - t_0)^2)]$:

$$1 - z \approx \frac{1}{1 + z} = \frac{a(t_1)}{a(t_0)} \approx 1 + H_0(t_1 - t_0)$$

entspricht

$$z \approx H_0(t_0 - t_1) \approx H_0 d/c$$

für kleine z, kleine $t_0 - t_1$, d Abstand der Galaxie von uns.

Hubble-Beziehung (ursprünglich in dieser Form: Friedman)

Hubble-Beziehung und Hubbles Beobachtung

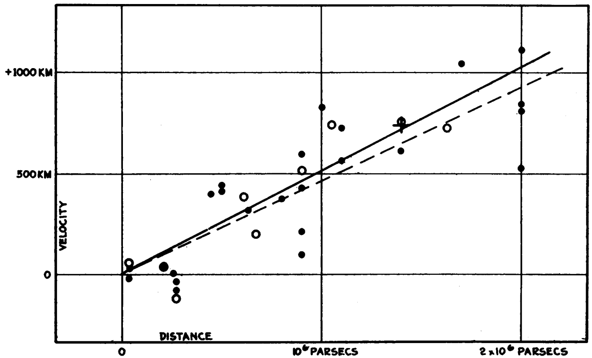


FIGURE 1

Velocity-Distance Relation among Extra-Galactic Nebulae.

Hubble 1929: „A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae“ in PNAS 15(3), S. 168ff.

Hubble-Beziehung

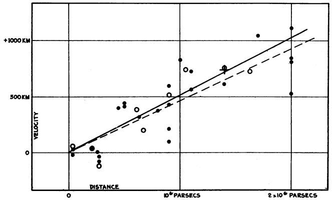


FIGURE 1
Velocity-Distance Relation among Extra-Galactic Nebulae.

Hubble 1929: „A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae“ in PNAS 15(3), S. 168ff.

$cz = H_0 \cdot d$ erklärt, warum (bis auf nahe Galaxien) alle Werte für z positiv sind und warum die Werte (mit beachtlicher Streuung!) auf einer Geraden liegen.

Hubble-Beziehung

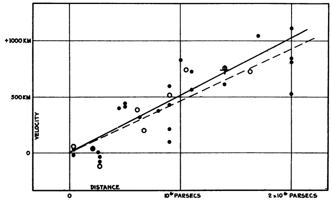


FIGURE 1
Velocity-Distance Relation among Extra-Galactic Nebulae.

Hubble 1929: „A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae“ in PNAS 15(3), S. 168ff.

Verschiedene Vorläufer für die betreffenden Messungen – vgl. Virginia Trimble, „Anybody but Hubble!“ (2013), `http://arxiv.org/abs/1307.2289`

Hubble Space Telescope

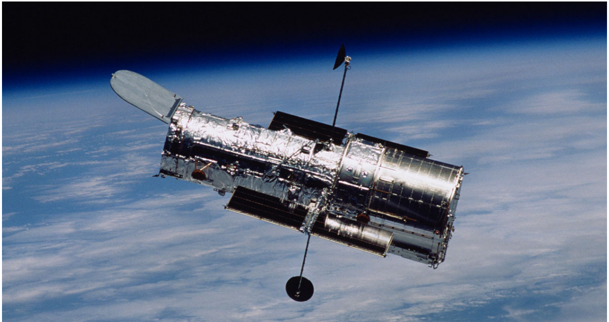
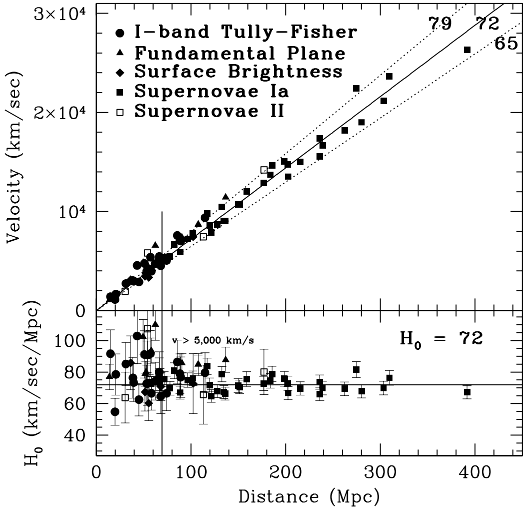


Bild: STScI und NASA

H_0 Key Project (Marc Aaronson, Wendy Freedman et al.): Cepheiden kalibrieren; darauf aufbauend sekundäre Entfernungsbestimmung (SN Ia, Tully-Fisher, Fundamentalebene, Fluktuationen der Oberflächenhelligkeit etc.)

H_0 Key Project results



From Freedman 2001 et al. (HST Key Project)

Dynamik des Kosmos

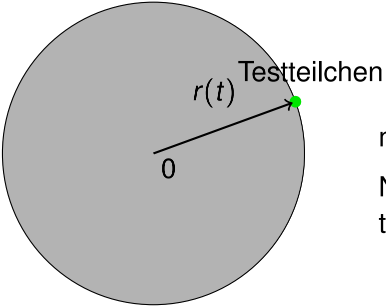
Hubble-Gesetz folgt in erster Näherung (linear) aus $a(t)$ – enthält lediglich Informationen über den “momentanen Schwung” des Universums.

Nächstwichtiger Beitrag: Beschleunigung – und das heißt: dynamische Wirkung.

Allgemeines Vorgehen: Finde aus den Einstein-Gleichungen (Raumzeitkrümmung aus Energie/Impuls der Materie) eine Gleichung für $a(t)$.

Näherungsweise: Nutze die einfache Herkunft der Einstein-Gleichungen $\Rightarrow$ Gezeitenkräfte

Modellsituation zur Dynamik



Wie verändert sich

$$r(t) = \frac{a(t)}{a_0} r_0$$

mit der Zeit?

Newton: Nur Masse im Kugelinneren trägt bei. Gravitationsgesetz:

$$\ddot{r} = -\frac{GM}{r^2}.$$

Welche Masse trägt bei?

$$\ddot{r} = -\frac{GM}{r^2}.$$

In der Allgemeinen Relativitätstheorie gibt es mehr Gravitationsladungen als nur die Masse!

1. Energie und Masse sind äquivalent, $E = mc^2$
2. *Druck* trägt bei (wichtig z.B. bei Gravitationskollaps von Sternen)

In der Situation, um die es hier geht, ist effektiv

$$M = M_E + M_P = U/c^2 + V\frac{3p}{c^2} = V(\rho + 3p/c^2)$$

mit U der Gesamtenergie, V dem Volumen der Massenkugel, ρ der Massendichte (= Energiedichte/c^2) und p dem Druck darin.

Gleichungen für $a(t)$: Gezeitenbetrachtung

Newton'sche Ableitung: Betrachte zwei Galaxien – eine unsere eigene (Nullpunkt), die andere eine Galaxie, anhand deren Entfernungsänderung wir $a(t)$ bestimmen wollen. Rein Newton'sche Überlegungen (inklusive Kugelschalen-Vereinfachungen) führen auf

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4\pi G}{3}\rho$$

Wie erwartet: Gravitation der anwesenden Materie bremst die Ausdehnung, $\rho > 0 \Rightarrow \ddot{a} < 0$.

Per Hand zusätzliche Energie-Beiträge ergänzen: $\rho \to \rho + 3p/c^2$ führt zur **Friedmann-Gleichung 2. Ordnung**

$$\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + 3\frac{p}{c^2}\right).$$

Ableitung Friedmann-Gleichungen

Energieerhaltung (inklusive Druck-Term) ergibt

$$\dot{\rho} = -3\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}(\rho + p/c^2) = -3H(t)(\rho + p/c^2).$$

Damit lässt sich die $\ddot{a}$-Gleichung ergänzen zu

$$\frac{\dot{a}^2 + Kc^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho$$

Friedmann-Gleichung erster Ordnung (K ist Integrationskonstante, hängt mit Geometrie zusammen)

Um Modelle zu formulieren: Zusätzlich Materialeigenschaften einführen, insbesondere Zustandsgleichung $p = p(\rho)$

Materieeigenschaften modellieren

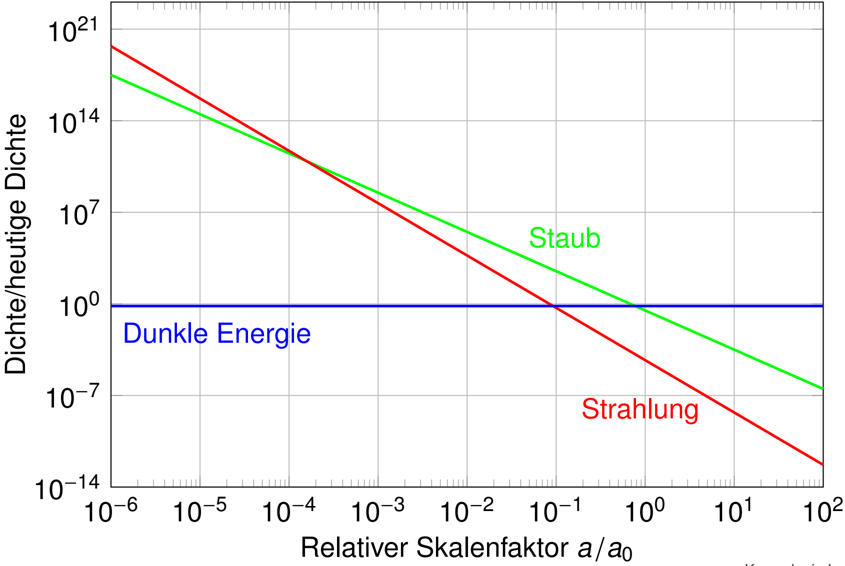
Einfachste Zustandsgleichungen $p = w\rho c^2$:

1. **Staub / Galaxien**: $w = 0 \quad \Rightarrow \quad \rho \sim 1/a^3$
2. **Strahlung**: $w = 1/3 \quad \Rightarrow \quad \rho \sim 1/a^4$
3. **Skalarfeld/Dunkle Energie**: $w = -1 \quad \rho =$const.

Das führt zu unterschiedlichen *Epochen* — je nach dem jeweiligen Wert des Skalenfaktors dominiert entweder die eine oder die andere Materieform

Bis hier 14.1.2016

Epochen, nach Skalenfaktor aufgeschlüsselt



Kosmische Geschichte rekonstruieren

Mit diesem einfachen Materiemodell gibt es nur wenige Parameter für den gesamten Kosmos:

Hubble-Konstante

$$H_0 = \left. \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \right|_{t=t_0}$$

„Gesamt-Schwung" des Universums, kommt in $v = H_0 d$ vor.

Kann geschrieben werden in Form einer Dichte,

$$\rho_{c0} \equiv \frac{3H_0^2}{8\pi G}$$

genannt *kritische Dichte*.

Friedmanns Universen

Außerdem Dichteparameter:

(langsame) Materie $\Omega_m = \rho_m/\rho_{c0}$ — Bremswirkung (Achtung: sog. „Dunkle Materie“ zählt mit)

Strahlung $\Omega_r = \rho_r/\rho_{c0}$ — Licht und andere relativistische (=lichtschnelle oder fast lichtschnelle) Materie: Bremswirkung; verdünnt sich schneller als langsame Materie

Dunkle Energie $\Omega_\Lambda = \rho_\Lambda/\rho_{c0}$ — kann bremsen oder beschleunigen, bleibt konstant

Je nach Wert von $\Omega = \Omega_r + \Omega_m + \Omega_\Lambda$: unterschiedliche Raumgeometrie! $\Omega < 1$ sattelartig, $\Omega = 1$ flach, $\Omega > 1$ kugelartig.

Kosmische Geschichte rekonstruieren

Nächster Schritt: $a(t)$ rekonstruieren. Zusammenhang

$$z = \frac{a(t_0)}{a(t_1)} - 1$$

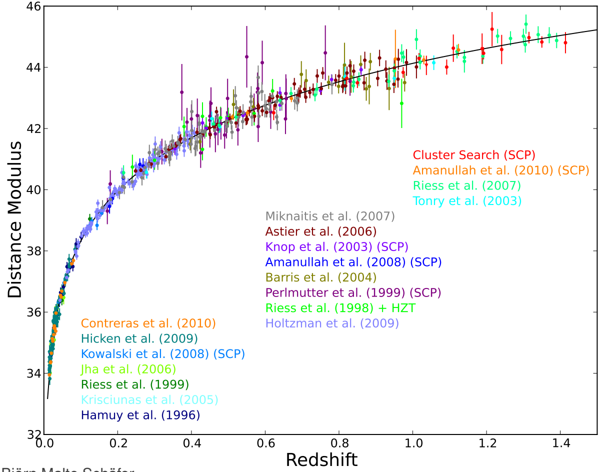
mit t_1 Aussendezeit, über den Zusammenhang $t_1 = t_1(t_0, d_1)$ mit d_1 Abstand der aussendenden Galaxie eine modellabhängige Gleichung

$$z(d)$$

ab. Dann: Daten plotten! (Alles andere als einfach; Standardkerzen; größere Entfernungen: Supernovae vom Typ Ia)

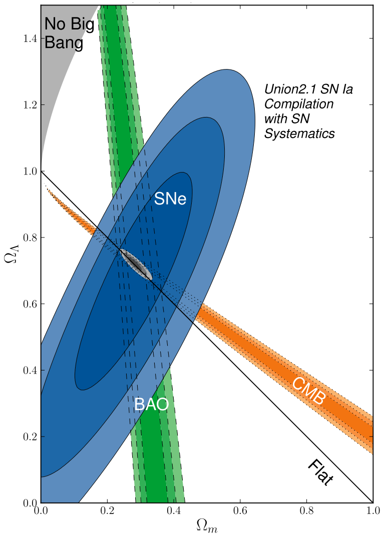
Rekonstruktion der Expansionsgeschichte

...mit Hilfe der Rotverschiebungen immer weiter entfernter Objekte (Grundproblem: Abstandsmessung; Bild hier Suzuki et al. 2011):



Daraus Rückschlüsse auf Parameter

Suzuki et al. 2011



Das Universum zurückrechnen

Materie verdünnt sich langsamer als Strahlung ⇒ früher größerer Beitrag der Strahlung!

Früher alles deutlich dichter und heißer ⇒ Urknallphase